

## **Forza di trafilatura**

La determinazione della forza necessaria in un'operazione di trafilatura di un filo è una condizione importante per un corretto dimensionamento degli organi motrici di una trafilatrice e per un inquadramento ottimale della lavorazione stessa.

E' bene subito ricordare che la forza di trafilatura risulta dipendere da molti parametri sia di natura geometrica ( dimensione del filo in entrata e in uscita, geometria della filiera ecc..) che di natura fisico-tecnologica ( materiale filo e sua finitura superficiale, temperatura, Lubrificazione-coefficienti di attrito ecc.. ) : questo conduce a difficoltà nella suo calcolo esatto visto che alcuni di questi parametri ( tipicamente i coefficienti di attrito che dipendono dalle condizioni di lubrificazione e dallo stato superficiale nonché dalla temperatura) sono di difficile determinazione. Un altro aspetto importante è legato all'incrudimento che subisce il materiale nei successivi passaggi di riduzione : questo successivo incremento della resistenza meccanica del filo è esprimibile analiticamente con una relazione del tipo  $\sigma = K \varepsilon^n$  dove K e n sono due costanti che dipendono dal materiale e devono essere determinate sperimentalmente. Purtroppo le curve di incrudimento non sono disponibili per ogni materiale e quindi anche questo aspetto risulta un punto dolente nel calcolo della forza.

Esistono in letteratura vari modelli di calcolo, noi ne analizzeremo tre ; il primo modello, chiamato Metodo empirico ha il pregio di essere molto semplice ma anche grossolano : odiernamente viene utilizzato unicamente per dare un primo inquadramento al calcolo della forza in modo da avere un'idea di massima delle azioni in gioco.

Gli altri due modelli, analiticamente più rigorosi, si chiamano Metodo dell'elemento sottile e Metodo del lavoro uniforme : questi studiano la forza di trafilatura tenendo conto che l'energia da fornire al sistema viene spesa per compiere tre distinte operazioni :

1. Rendere plastico il volume di materiale compreso tra le sezioni di ingresso e di uscita della filiera.
2. Vincere la resistenza dovuta all'attrito tra filo e filiera .
3. Provocare il processo di distorsione ( o scorrimento) del materiale che passa da cilindrico a conico e poi ancora a cilindrico .

La forza di trafilatura può pensarsi dunque composta da tre componenti distinte che rispecchiano questi aspetti nei quali può essere pensata scomposta l'energia richiesta dall'operazione di trafilatura; a tali componenti si danno rispettivamente i nomi di componente di deformazione, componente d'attrito e componente di distorsione

Tra il metodo dell'elemento sottile e quello del lavoro uniforme cambia il modo di impostare il problema : nel primo metodo si esprimono subito le forze, relative alle tre azioni suddette, che interessano il filo e la filiera, mentre nel secondo l'equazione conclusiva del modello è ottenuta partendo dai lavori relativi alle tre azioni in questione.

Analizziamo ora i vari modelli

### **- Metodo Empirico**

Come già detto questo metodo ,molto semplice ma anche grossolano, viene utilizzato per dare un primo inquadramento al calcolo della forza in modo da avere un'idea di massima delle azioni in gioco : per una determinazione corretta risulta essere un po' troppo conservativo ( i valori più alti di quelli forniti da modelli più accurati ). Una volta questo metodo era molto utilizzato per via della sua semplicità operativa . Ora con l'arrivo dei calcolatori l'uso di modelli più accurati ma anche più impegnativi dal un punto di vista matematico, non è più un problema quindi questo modello ha praticamente perso la sua valenza ( vale quanto detto in precedenza circa il suo uso per un'aprima valutazione di massima ) .

Secondo questo modello la forza totale di trafilatura  $F_t$  può esprimersi come somma di due termini  $F_c$  e  $F_r$  che sono rispettivamente la forza necessaria a vincere l'attrito interno del materiale durante

la deformazione e la forza necessaria a vincere l'attrito radente esterno tra la superficie del filo e quella della filiera. Le due componenti della forza possono a loro volta essere così calcolate :

$$F_c = S_o * C_s * 2 * ( S_i - S_u / S_o )$$

Dove si ha

$S_i$  : Sezione in ingresso del filo =  $\Pi * D_o^2 / 4$

$S_u$  : Sezione in uscita del filo =  $\Pi * D_u^2 / 4$

$C_s$  : Carico di scorrimento

$C_s = 0.75 * R_m$  per acciaio dolce (  $R_m$  : carico di rottura materiale)

$C_s = 0.78 * R_m$  per acciaio duro

$C_s = 0,60-0,65 * R_m$  per rame e sue leghe

$$F_r = C_t * F_c$$

$C_t$  : Coefficiente moltiplicativo che vale 0.10-0.20

Solitamente per i primi due passaggi si prende il valore più elevato per  $C_t$

Quindi in definitiva si ha :

$$F_t = F_c + F_r = F_c * ( 1 + C_t ) = S_o * C_s * 2 * ( S_i - S_u / S_o ) * ( 1 + C_t )$$

#### - Metodo dell'elemento sottile ( o formula di Sachs )

Questo metodo determina la forza di trafilatura andando ad imporre l'equilibrio delle forze che agiscono su di un elementino di materiale del filo durante la deformazione .

Queste forza precisamente sono :

Forza traente : simbolo  $q$

Pressione esercitata dalla filiera : simbolo  $p$

Forze di attrito ( ipotesi di attrito coulombiano ) : simbolo  $\tau = \mu * p$

Precisamente il modello considera un elemento sottile nella zona di deformazione delimitato da facce piane normali all'asse della filiera ( vedi figura 1 ) al quale si applicano le seguenti ipotesi :

1. Le sezioni piane si mantengono tali durante la trafilatura tranne che nei tratti di ingresso e di uscita del tratto di deformazione.
2. La tensione longitudinale  $q$  agente sulla sezione generica  $A$  è costante e corrisponde alla tensione principale  $\sigma_1$  : quindi  $\sigma_1 = q$
3. La pressione esercitata dalla filiera contro il filo corrisponde alla tensione principale  $\sigma_3$  quindi  $\sigma_3 = -p$
4. La tensione tangenziale dovuta all'attrito tra filo e filiera vale ( ipotesi di Coulomb )  $\tau = \mu * p$  con  $\mu$  coefficiente di attrito radente ( valore ritenuto costante )
5. Sia valido il criterio di scorrimento  $\sigma_1 - \sigma_3 = q + p = \sigma_o$
6. L'incrudimento si a esprimibile con la relazione  $\sigma_m = \sigma_o \epsilon^n$

Sotto tali ipotesi il modello esprime la forza di trafilatura nel seguente modo :

$$F_t = A_u * \sigma_m * \left( \left( 1 + \frac{1}{\mu * \cotag \alpha} \right) \left( 1 - \left( \frac{A_u}{A_i} \right)^\mu * \cotag \alpha \right) + \frac{2}{3} * \alpha \right)$$

Dove si ha :

$A_u$  : Sezione di uscita del filo

$A_i$  : Sezione di ingresso del filo

$\alpha$  : Semiangolo di apertura della filiera ( in radianti )

$\sigma_m$  : Resistenza effettiva del materiale ( tiene conto del grado di incrudimento )

$\mu$  : Coefficiente di attrito filo - filiera

Il termine  $A_u * \sigma_m * \frac{2}{3} * \alpha$

tiene conto del lavoro di scorrimento compiuto nelle sezioni di ingresso e di uscita della zona di deformazione durante la trafilatura.

**- Metodo del lavoro uniforme ( o formula di Siebel )**

Questo modello calcola la forza di trafilatura partendo dal lavoro di trafilatura espresso come somma del lavoro di deformazione , del lavoro di attrito e del lavoro di scorrimento .

Quindi, indicando rispettivamente con  $L_d$ ,  $L_a$  e  $L_s$  il lavoro di deformazione, il lavoro di attrito e il lavoro di scorrimento, il lavoro totale di trafilatura è calcolato come

$$L_t = L_d + L_a + L_s$$

I tre lavori possono poi così essere esplicitati :

$$L_d = V * \sigma_m * \ln \frac{A_i}{A_u} \quad ( V = \text{Volume materiale in ingresso} )$$

$$L_a = V * \sigma_m * \ln \frac{A_i}{A_u} * \frac{\mu}{\alpha}$$

$$L_s = V * \sigma_m * \frac{2}{3} * \alpha$$

Tenendo conto che la forza può esprimersi come

$$F_t = \frac{L_t}{V} * A_u$$

Si ha che la formula conclusiva che fornisce il modello è la seguente :

$$F_t = A_u * \sigma_m * \left( \left( 1 + \frac{\mu}{\alpha} \right) * \ln \frac{A_i}{A_u} + \frac{2}{3} * \alpha \right)$$